Математика

Для группы 2-4.

*Задание на две учебных недели (с 30 марта по 11 апреля)*

**Тема: Введение в математическую статистику**

**Цель и задачи изучения темы**

**Цель:** изучить основные понятия математической статистики.

**Задачи:** научиться решать задачи на составление рядов распределения, строить гистограммы и полигоны распределения, вычислять точечные характеристики рядов распределения.

**План изучения темы:**

1. Изучаем и конспектируем теоретический материал на стр.2-4.

2) Просматриваем образец решения задачи *(страницы 4-6, выделено фиолетовым цветом)* и конспектируем его в тетради.

3)Решаем самостоятельно задачи со страницы 6-8 по следующему правилу: студенты, фамилии которых начинаются с букв А-Г, решают задачи № 1-3;

студенты с фамилиями на буквы Л - С – задачи № 4 - 6;

студенты с фамилиями на буквы Т-Я – задачи под № 7-9.

Задача № 10 – дополнительная для всех студентов.

Задачи должны быть решены с подробными пояснениями и формулами!

Защита решенных задач будет осуществлена студентом в дальнейшем при личном собеседовании с преподавателем.

**Тема «Введение в математическую статистику»**

**Математическая статистика -** раздел математики, изучающий математические методы обработки и использования статистических данных для научных и практических методов. Установление закономерностей, которым подчинены массовые случайные явления, основано на изучении статистических данных – результатах наблюдений, большинство которых характеризуется массовостью и повторяемостью.

**Первая задача математической статистики** – указать способы сбора и группировки статистических сведений.

**Вторая задача математической статистики** – разработать методы анализа статистических данных в зависимости от целей исследования.

Совокупность всех объектов, подчиненных данному признаку, называется генеральной совокупностью. Число таких объектов называется ***объемом генеральной совокупности.***

На практике, как правило, обследование всех объектов генеральной совокупности не производится в силу излишней трудоемкости такого процесса. Обычно из всей совокупности отбирают ограниченное число объектов, которые и изучают. Такую случайно отобранную совокупность называют ***выборочной совокупностью****,* или ***выборкой****.* Для того чтобы по данным выборки достаточно уверенно характеризовать всю генеральную совокупность, необходимо, чтобы отобранные элементы правильно ее представляли. **Пример.** Из 100000 деталей, выпускаемых цехом, сделали выборку в 100 деталей. N=100000 – генеральная совокупность; n=100 - выборка.

Выборка, достаточно хорошо описывающая всю генеральную совокупность, называется ***репрезентативной*** (представительной).

Для получения репрезентативной выборки необходимо, чтобы все отобранные элементы имели одинаковую вероятность попасть в выборку. В случае большого объема N генеральной совокупности хорошие результаты в этом смысле дает использование таблицы «случайных чисел».

Элементы *х1, х2, ..., хn,* попавшие в выборку, называются ***вариантами*,** а их количество *п* – ***объемом выборки***. Отобранные элементы располагают обычно в порядке их возрастания.

Такая последовательность вариант называется ***вариационным рядом*.** Разность между максимальным и минимальным элементами выборки z= *хn-* *х1* называется ***размахом выборки***.

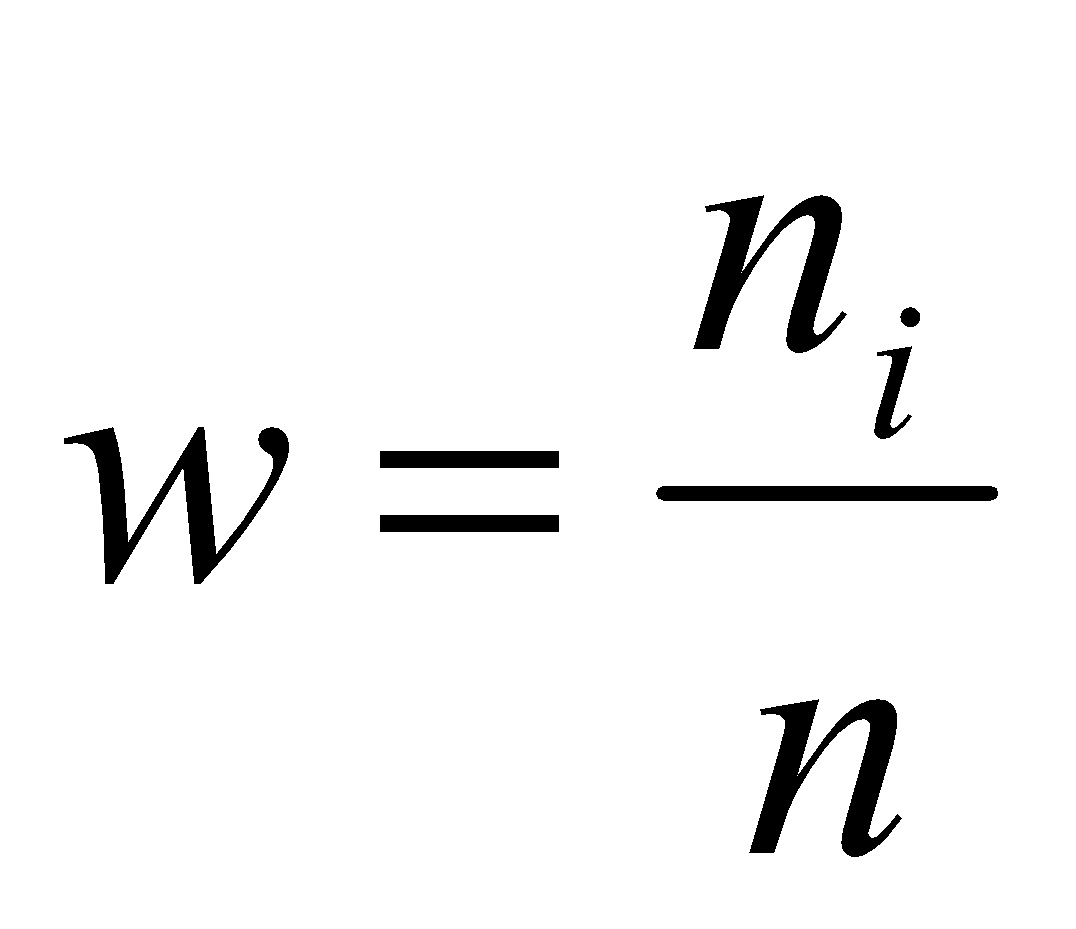
Среди n элементов выборки могут встречаться повторяющиеся. Если, например, элемент *х1* встречается n1 раз, x2 – n2 раз, ..., xk – nk раз, то числа n1, n2,…nk называются частотами вариант *х1, х2, ..., хk* . Очевидно, что сумма всех частот равна объему выборки, т. е. n1+ n2+…+nk = n

Расположенная в порядке возрастания вариант последовательность пар чисел, составленная из вариант и их частот *(х1,n1),* ...,( *хk,nk*), называется *статистическим рядом*, или *статистическим распределением*.

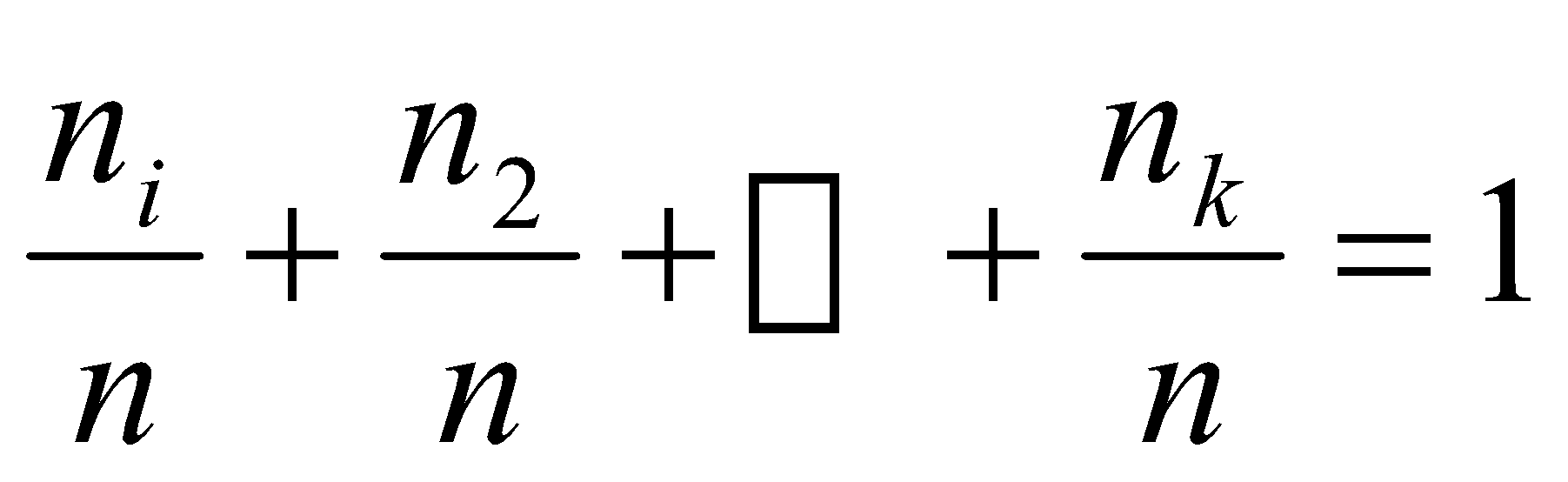
При этом пользуются табличной записью:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| х1 | х2 | х3 | … | хk |
| n1 | n2 | n3 | … | nk |

Иногда вместо частоты варианты *пi,* требуется использование относительных частот . Очевидно, что сумма частот всех элементов выборки равна единице:



.



Пример 1. Записать вариационный ряд и статистическое распределение элементов выборки 5, 0, 3, 7, 0, 10, 5, 0, 5, 2, 10, 2, 0, 7, 2, 0, 4, 7, 7, 4 – из числа рабочих дней в году, пропущенных по болезни работниками магазина. Определить размах выборки.

Решение.

Объем выборки *п=*20.

Упорядочив элементы выборки по величине, получим вариационный ряд 0, 0, 0, 0, 0, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 7, 7, 7, 10, 10.

Размах выборки z=10-0=10.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | 7 | 10 |
| ni | 5 | 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 2 |

В целях наглядности строят различные графики статистического распределения.

**Полигоном частот** называю ломаную, отрезки которой соединяют точки

(xl;nl) ; (x2 ;n2) ;…(xn;nn)

**Гистограммой** частот называют ступенчатую фигуру из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной h, а высоты равны отношению



**Пример 2.** Построить гистограмму частот по данному распределению:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | (17-18) | (18-19) | (19-20) | (20-21) |
| ni | 5 | 2 | 2 | 1 |
| ni/n | 5/10 | 2/10 | 2/10 | 1/10 |

4

n=∑ni=10

i=1



Площадь гистограммы частот равна сумме всех частот, т.е. объему выборки.

**Выборочной средней** или **средним арифметическим выборки** называют величину Хв =1/n. ∑mi xi (1)

**Дисперсией** или **мерой рассеивания** значений признака Х по отношению к его среднему арифметическому называют величину

D(Х)= 1/n. ∑mi (xi \_ - ХВ)2 (2)

Корень квадратный из дисперсии называется **средним квадратическим отклонением** и обозначается б(Х).

Отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому выборки, выраженное в процентах, называется **коэффициентом вариации V:**

V= б (Х)/ХВ.100% (3)

**Задача.** Путем опроса получены следующие данные о возрасте (число полных лет) студентов первого курса:

18 17 23 18 17 19 18 20 17 22 19 21 18 18 17 22 18 21 17 21 18 19 17 23 17

Составить статистическое распределение студентов по возрасту.

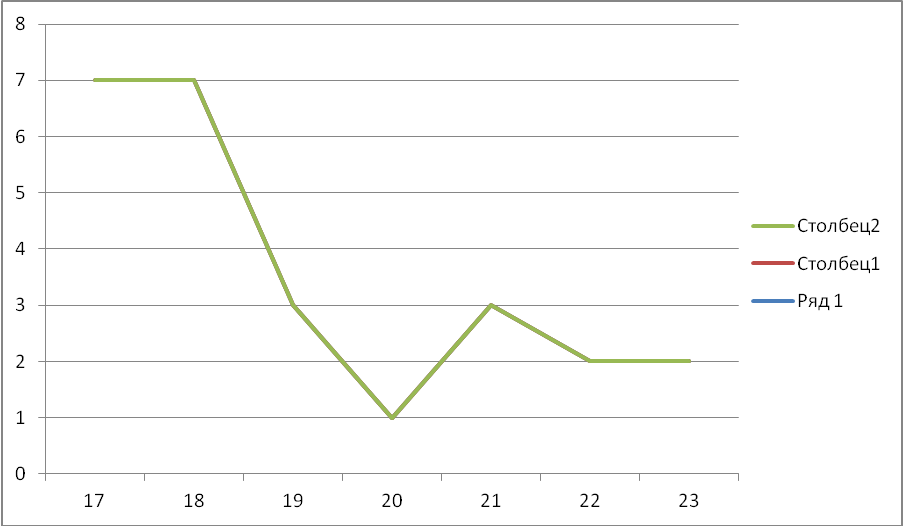
Найти размах варьирования R=xmax - xmin , построить полигон частот и составить ряд распределения относительных частот. Найти XB , D(X) ,б(Х).

Р**ешение.** Используя исходные данные, составим статистическое распределение выборки

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
| mii | 7 | 7 | 3 | 1 | 3 | 2 | 2 |

Контроль: ∑mi=7+7+3+1+3+2+2=25.

Тогда размах варьирования будет: R=23-17=6. Чтобы построить полигон частот, отложим на оси абсцисс возможные значения и из полученных точек восстановим перпендикуляры высотой mi. После этого последовательно соединим концы перпендикуляров отрезками.



Используя формулы (1) – (3), найдем относительные частоты значения признака X, затем составим ряд распределения относительных частот:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 |
|  | 0,28 | 0,28 | 0,12 | 0,04 | 0,12 | 0,08 | 0,08 |

XB= =18,92=19



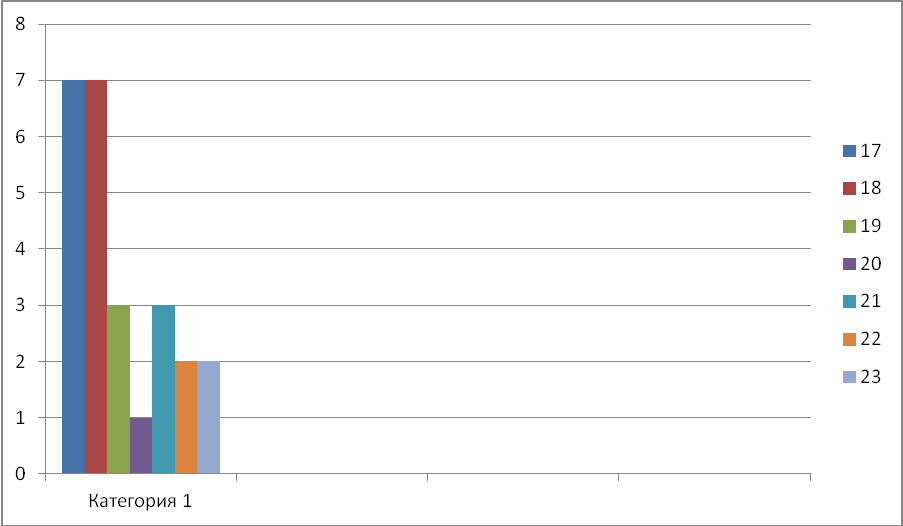
DB==3,92.



Среднее квадратическое отклонение б (Х) ==1,98. Исходя из полученных данных, делаем вывод: средний возраст студентов 19 лет. 19 лет плюс-минус 2года (округлили 1,98) - возраст основной части группы (от 17 ло 21 года). Коэффициент вариации равен V=\*100=10,4%



Построим гистограмму частот и покажем ,что ее площадь равна n=25.



Площадь гистограммы равна сумме Si прямоугольников с основанием h=1 (шаг) и высотой mi

Площадь гистограммы равна:

S=7\*1+7\*1+3\*1+1\*1+3\*1+2\*1+2\*1=7+7+3+1+3+2+2=25

***Задачи для самостоятельного решения:***

1. В ряду чисел 2, 7, 10, \_\_, 18, 19, 27 одно число оказалось стертым. Восстановите его, зная, что среднее арифметическое выборки этих чисел равно 14.
2. В таблице даны результаты ежедневного измерения температуры воздуха в полдень в течение десяти дней:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| День | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Температура, Со | -2 | -1 | -3 | 0 | 2 | 2 | 4 | 3 | 3 | 5 |

Найдите среднюю температуру в полдень в эту декаду. Вычислите размах температуры за эти дни. Найдте среднюю температуру за декаду. Постройте полигон распределения.

1. В аттестате о среднем образовании у четырех выпускников школы оказались следующие оценки:

Аркин: 4, 4, 5, 5, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 4, 4

Барков: 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 4

Куклов: 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4

Яшкин: 3, 3, 4, 4, 4, 4, 3, 4, 4, 4, 5, 3, 4, 4, 4

Укажите наиболее типичную для каждого из них оценку. Как называется статистическая характеристика, которую вы использовали в ответе?

1. В студенческой группе проводятся выборы старосты группы. Были предложены кандидатуры: Иванов, Петрова, Сидоренко (обозначим буквами И, П, С). После опроса 32 студентов группы, выяснили, за кого они будут голосовать. Получили следующие данные:

И, С, С, П, И, С, И, П, С, П, П, П, С, С, П, И, С, С, П, С, И, И, С, С, С, С, С, С, П, И, И, П.

Представьте эти данные в виде таблицы частот.

1. При проверке контрольных работ отмечали число ошибок в каждой работе. Полученный ряд данных представили в виде таблицы частот:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число ошибок | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Частота | 4 | 6 | 15 | 20 | 12 | 4 | 3 |

Сколько контрольных работ было проверено? Как называется эта статистическая характеристика?

1. По результатам контрольной работы студенты получили следующие оценки:

«5» – 4 студента; «4» – 10 студентов; «3» – 18 студентов; «2» – 2 студента.

Постройте гистограмму по результатам контрольной работы.

1. В таблице приведены значения среднемесячных температур воздуха в городе за год:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| месяц | янв | февр | март | апр | май | июнь |
| Температура, Со | -18 | -14 | -8 | 4 | 12 | 16 |
| месяц | июль | авг | сент | окт | ноя | дек |
| Температура, Со | 25 | 20 | 13 | 3 | -7 | -16 |

Найдите среднегодовую температуру в городе.

Постройте полигон, иллюстрирующий изменения среднемесячных температур за год.

1. При изучении семей учеников, обучающихся в колледже, по количеству членов семьи была составлена таблица, в которой для каждой семьи с одинаковым числом членов семьи указана относительная частота:

Пользуясь таблицей, постройте полигон относительных частот.

|  |  |
| --- | --- |
| Количество членов семьи | Относительная частота, % |
| 2 | 18 |
| 3 | 22 |
| 4 | 35 |
| 5 | 13 |
| 6 | 8 |
| 7 | 4 |

1. Студентов одной группы попросили отметить, сколько минут в определенный день они затратили на дорогу от дома до института. Получили следующие результаты:

15, 16, 25, 10, 24, 13, 18, 14, 20, 10, 23, 19, 15, 22, 16, 12, 17, 14, 12, 25, 12, 21, 18, 20. используя эти данные, составьте интервальный ряд с интервалом в 3 мин. Постройте соответствующую гистограмму и преобразуйте ее в полигон, заменив каждый интервал его серединой. Найдите, сколько времени в среднем затратили студенты на дорогу.

1. Дано статистическое распределение выборки:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| ni | 1 | 2 | k | 2 | 1 |

Вычислите значение k, если объем выборки равен 10. Вычислите среднее арифметическое выборки.